

STRUKTURFUNKTIONEN DES PROTONS BEI KLEINEN x_B

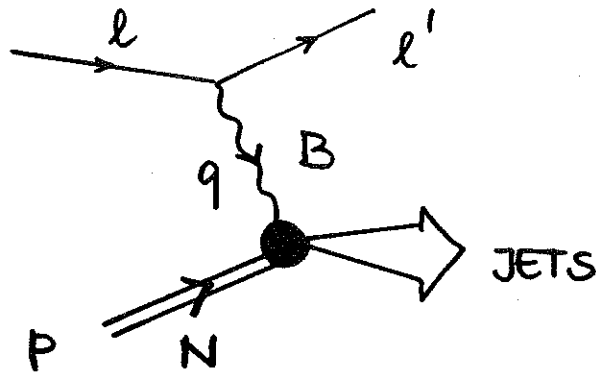
DPG-T '91

J. BLÜMLEIN
ZEUTHEN / MÜNCHEN

1. EINLEITUNG
2. TWIST-2 TERME BEI KLEINEM x
3. FAN-DIAGRAMME UND SCREENING: xG
4. MÖGLICHE EXPERIMENTELLE TESTS
5. ZUSAMMENFASSUNG

1. EINLEITUNG

TIEF INELASTISCHE STREUUNG:



$$Q^2 = - (l - l')^2, \quad x = \frac{Q^2}{2p \cdot q}, \quad y = Q^2 / Sx$$

$$x \ll 1, \quad \text{HERA} : B \approx y^*$$

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4} \left[2x F_1(x, Q^2) y^2 + 2(1-y) F_2(x, Q^2) \right]$$

$$x \sim O(1) \quad x \in [\dots 0.01 \dots 1]$$

EVOLUTION: ALTARELLI - PARISI - GLEICHUNGEN

$$\begin{pmatrix} q_i(x, Q^2) \\ G(x, Q^2) \end{pmatrix} = \left(A_{Kj}(Q^2, Q_0^2, x) \right) \otimes \begin{pmatrix} q_i(x, Q_0^2) \\ G(x, Q_0^2) \end{pmatrix}$$

$$A(x) \otimes B(x) = \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \delta(x - x_1 x_2) A(x_1) B(x_2)$$

2. KINEMATICAL RANGES

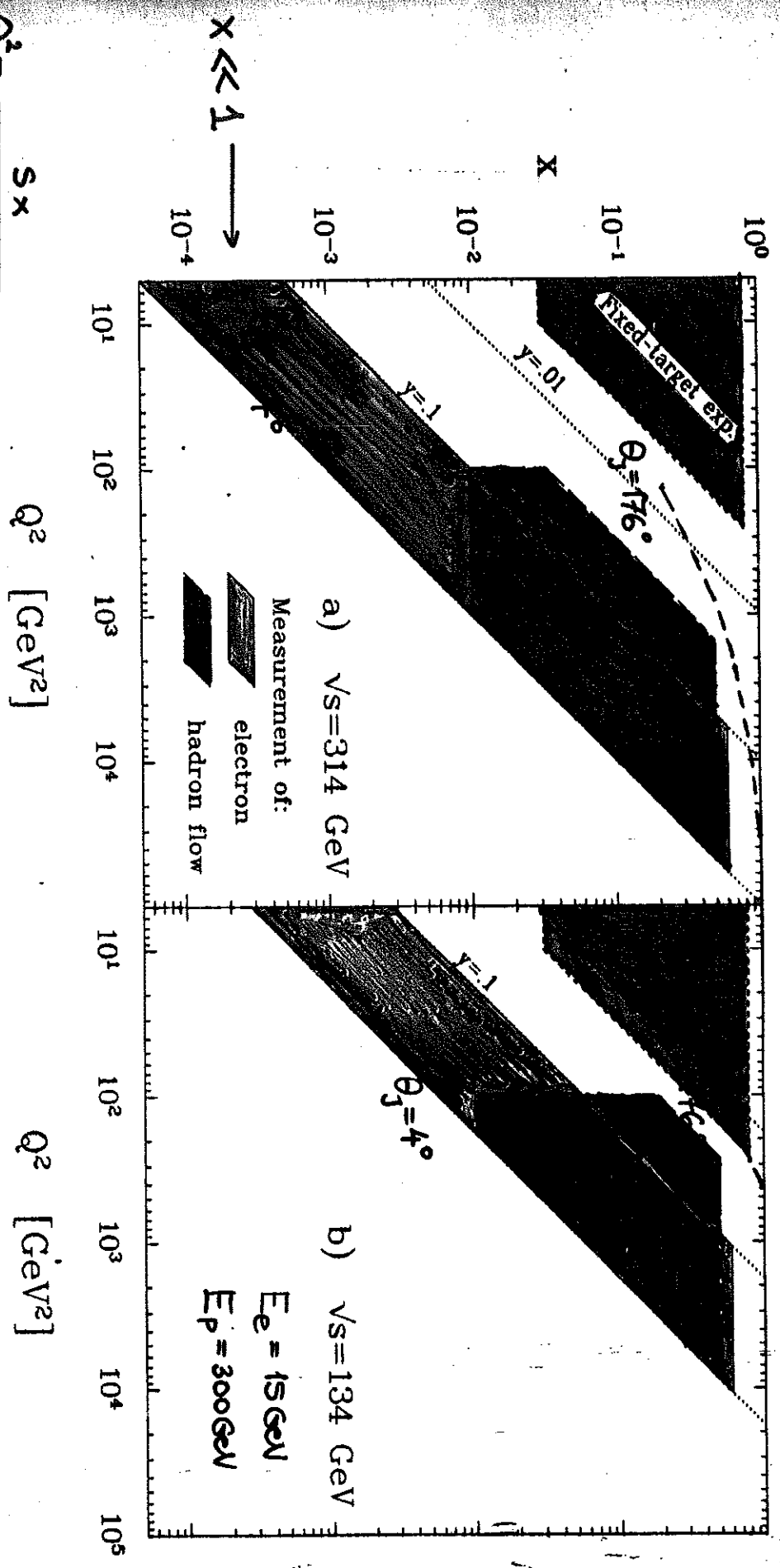


Fig. 1

$$Q_e^2 = \frac{Sx}{1 + \frac{x E_p d y^2 D_e}{E_e}}$$

$$Q_j^2 = \frac{Sx}{1 + \frac{E_e}{x E_p} d y^2 \theta_j^2}$$

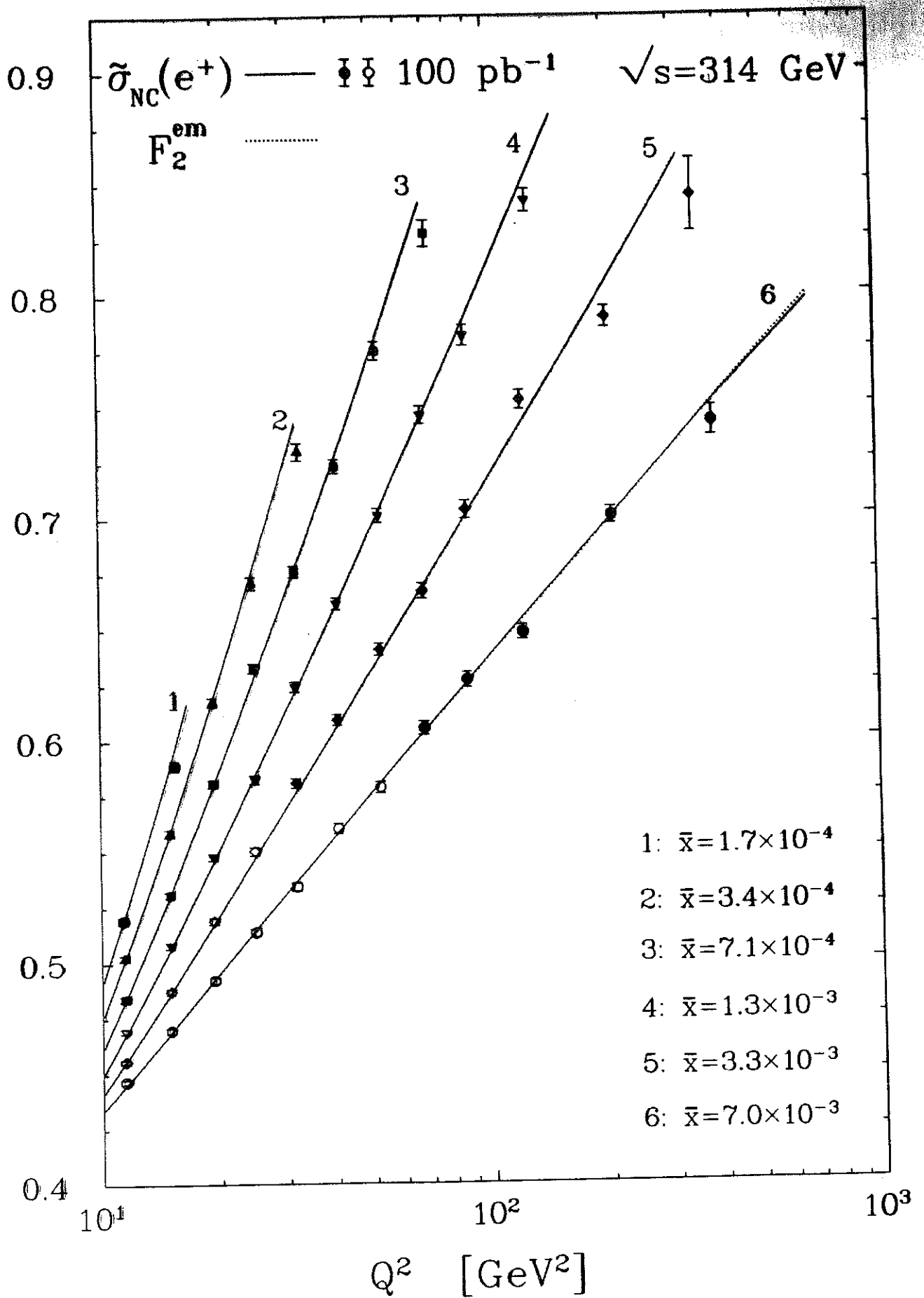


Fig. 6

$$F_2(x, Q^2) \sim \exp \sqrt{\ln 1/x} \quad (\text{AP})$$

GIBT ES IN DER QCD MECHANISMEN, DIE
DIESES ANWACHSEN VERHINDERN ?

WIE KANN MAN DIESE EFFEKTE BEOBSACHTEN
(HERA) ?

2. TWIST-2 TERME BEI KLEINEM x

AP - GLEICHUNGEN:

$$\frac{df^a(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = P(x, \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi})_b^a f^b(x, Q^2)$$

$$P(x, \frac{\alpha_s}{2\pi}) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[P^0(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} P^1(x) \dots \right]$$

$$\underline{x \ll 1}$$

	1 LOOP	2 LOOP
FF	$C_F \frac{1+x^2}{1-x} + \dots$	$\frac{1}{x} 2N_f T_R C_F \frac{20}{9} + \dots$
FG	$2N_f T_R [x^2 + (1-x)^2]$	$\frac{1}{x} 2N_f T_R C_G \frac{20}{9} + \dots$
GF	$C_F \frac{1}{x} (1 + (1-x)^2)$	$\frac{1}{x} 2N_f T_R (-\frac{20}{9}) + C_F C_G$
GG	$2C_G \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} - 2 + x - x^2 \right] + \dots$	$\frac{1}{x} 2N_f T_R \left(-\frac{23}{9} C_G + \frac{2}{3} C_F \right)$

FURMANSKI, PETRONZIO
KOUNAS et al.
WU-KI TUNG

BETRACHTEN DOMINANTE BEITRÄGE ZUR EVOLUTION. FÜR $x \ll 1$: NUR GLUONEN.

$$\bar{G}(x, Q^2) := \int_{D_f} x G(x, Q^2)$$

$$\frac{d\bar{G}(x, Q^2)}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \left[6 - \frac{N_f 61}{9} \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \right] \frac{x^2}{x'^2} \bar{G}(x', Q^2)$$

NEUE VARIABLE:

$$y = \frac{8N_c}{\beta_0} \ln \frac{1}{x} \quad \xi = \ln \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}$$

1 LOOP:

$$\frac{\partial^2 \bar{G}(y, \xi)}{\partial y \partial \xi} = \frac{1}{2} \bar{G}(y, \xi)$$

2 LOOP:

$$\frac{\partial^2 \bar{G}(y, \hat{\xi})}{\partial y \partial \hat{\xi}} = \frac{1}{2} \bar{G}(y, \hat{\xi})$$

$$\hat{\xi} = \xi + f(\xi)$$

$$f'(\xi) = - \left[\frac{\beta_1}{\beta_0} \xi e^{-\xi} + \frac{61}{63} \frac{2N_f}{\beta_0} e^{-\xi} \left(1 - \frac{\beta_1}{\beta_0} \xi e^{-\xi} \right)^2 \right]$$

$$\beta_0 = 11 - \frac{2}{3} N_f, \quad \beta_1 = 102 - \frac{38}{3} N_f$$

LÖSUNG:

LINEARE PARTIELLE DIFFERENTIALGL.
(HYPERBOLISCH)

$$\bar{G}(x, Q^2) \Rightarrow \bar{G}(y, \xi) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \left\{ A_{\nu} \left(\frac{2\xi}{y} \right)^{\nu/2} + B_{\nu} \left(\frac{y}{2\xi} \right)^{\nu/2} \right\} \\ \times I_{\nu}(\sqrt{2\xi y})$$

VERHALTEN FÜR $y \rightarrow \infty$:

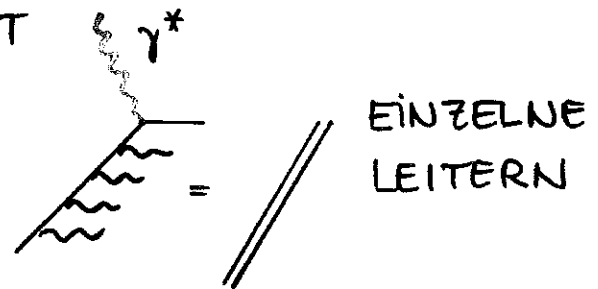
$\bar{G}(y, \xi)$ WÄCHST SCHNELLER
ALS JEDE POTENZ VON $\ln \frac{1}{x}$

UNITARITÄTSVERLETZUNG

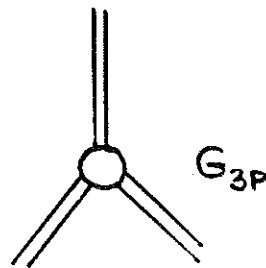
3. FAN DIAGRAMME UND SCREENING

- HERSTELLUNG DER UNITARITÄT, DIE DURCH DIE TWIST-2 TERME VERLETZT WIRD
- HIGHER TWISTS
- INTUITIVES BILD : LENINGRAD GRUPPE (GRIBOV, LEVIN, RYSKIN)
BEI ZUNEHMENDER PARTONDICHTE REKOMBINIEREN PARTONEN

a) ASYMPTOTISCHE FREIHEIT

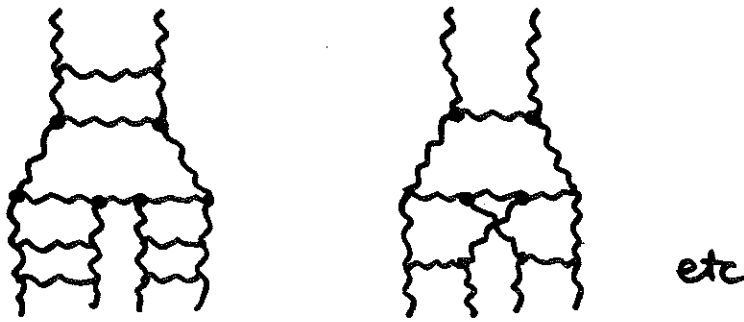


b) SEMI-HARTER BEREICH



FÜHRENDE BEITRÄGE $2 \rightarrow 1$ LEITER

BETRACHTE ALLE MÖGLICHEN SCHNITTE FÜR:

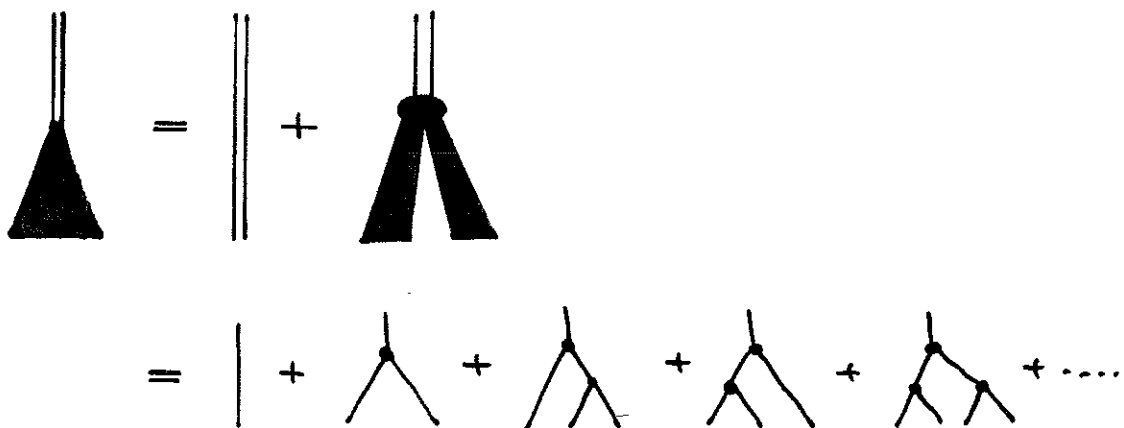


MÜLLER & QIU: DLA

$$G_{3P}(\xi) = \frac{3}{4} \pi^2 \frac{1}{\beta_0} e^{e^{\xi_0}} \exp[-(e^{\xi} + \xi)]$$

$$\xi_0 = \ln \ln \left(\frac{Q_0^2}{\Lambda^2} \right)$$

DIE FAN DIAGRAMM GLEICHUNG



$$\frac{\partial^2 F(\xi, y)}{\partial \xi \partial y} = \frac{1}{2} F(\xi, y) - C \exp[-(e^\xi + \xi)] F^2(\xi, y)$$

$$C = \frac{3}{4} \pi^2 \frac{1}{\beta_0} \frac{Q_0^2}{\Lambda^2}$$

$$\exp[-(e^\xi + \xi)] = \frac{1}{\ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)} \cdot \frac{\Lambda^2}{Q^2} \quad \text{HIGHER TWIST.}$$

$F(\xi, y) \cong xG(x, Q^2)$, UNTER DER ANNAHME,
DASS MULTIGLUONVERTEILUNGEN

$$G_n(x_1, \dots, x_n) \cong G(x_1) G(x_2) \dots G(x_n)$$

FAKTORISIEREN

→ VERBESSERUNG IN HINSICHT AUF ALLG. ANFANGS-
BEDINGUNGEN (J. BARTELS, J.B., G. SCHULER)

$$F(\xi, y) = \bar{G}(\xi_0, y) + \int_{\xi_0}^{\xi} d\xi' \int_0^y dy' F(\xi', y') \left[\frac{1}{2} - C \exp(-(e^{\xi'} + \xi')) F(\xi', y') \right]$$

↑
INPUT BEI Q_0^2 .

EIGENSCHAFTEN DER GLEICHUNG

- LÖSUNGEN SIND BESCHRÄNKT $F \leq F_0^{DLA}$.
- $\lim_{y \rightarrow \infty} F(y, \xi) = \frac{1}{2C} \exp[e^{\xi} + \xi] = \text{const}_{\xi}$
DIESER GRENZWERT IST UNABH. VON $G(y, \xi_0)$!
- $\exists! F(\xi, y)$.

LÖSUNG: QUADRAT. GL. AUF EINEM HINR. FEINEN (ξ, y) -GITTER.

Fig.

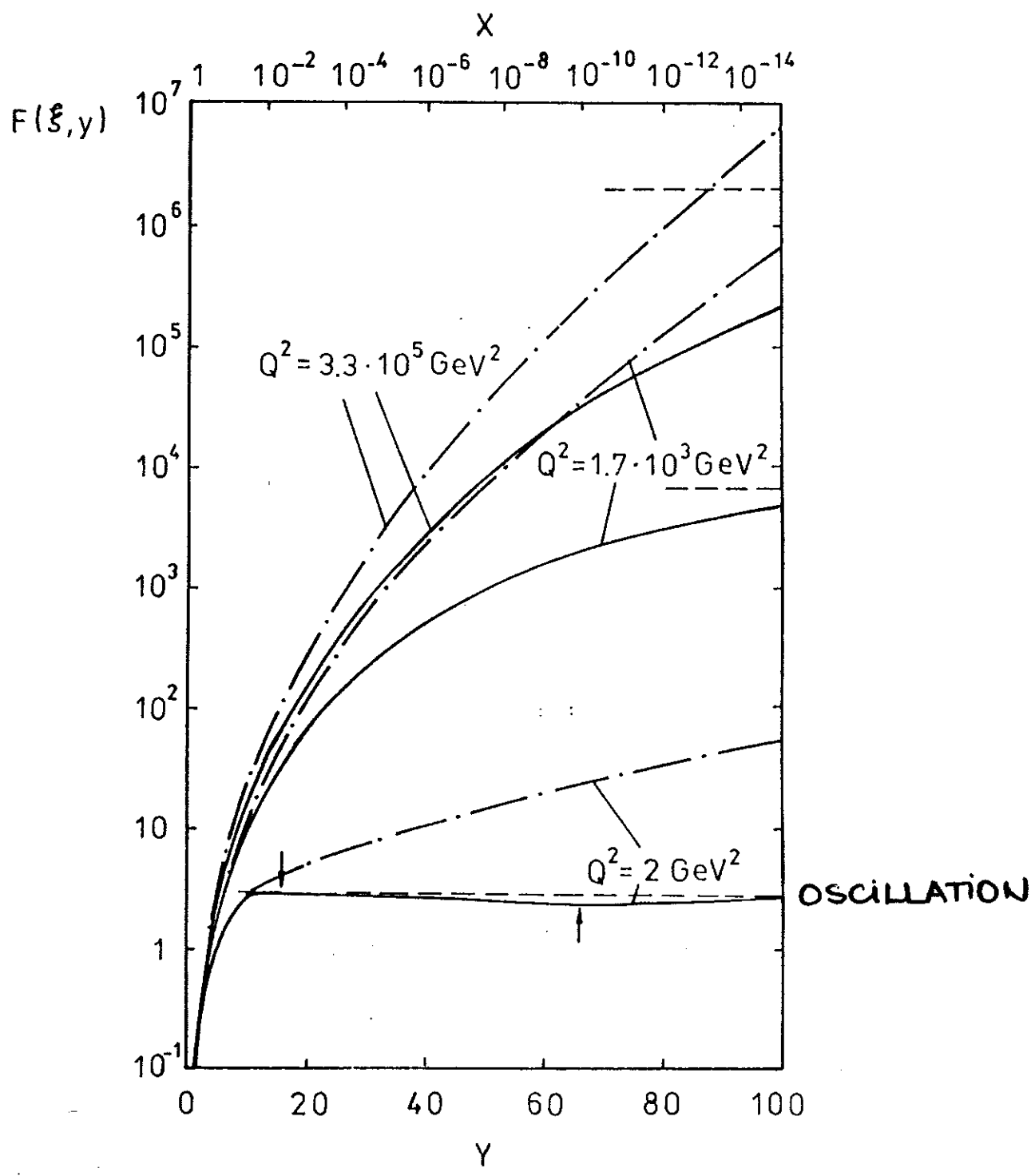
→ DÄMPFUNG DES WACHSTUMS VON $x G(x, Q^2)$

ÄHNLICHE RECHNUNGEN: KWIECINSKI & DURHAM GRUPPE,
ROBERTS

→ WEITERE BEITRÄGE: (LIN.) LIPATOV - GL.

≈ 5% MODIF. (HERA).

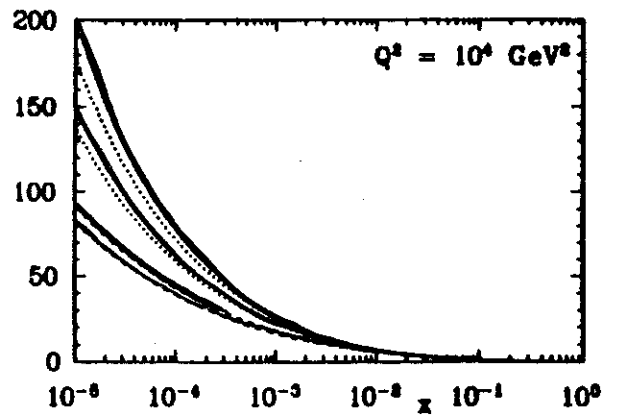
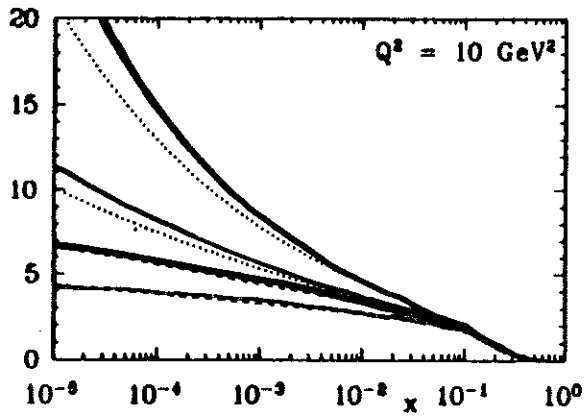
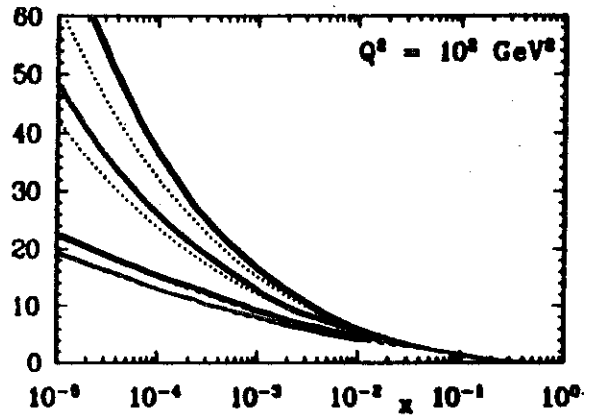
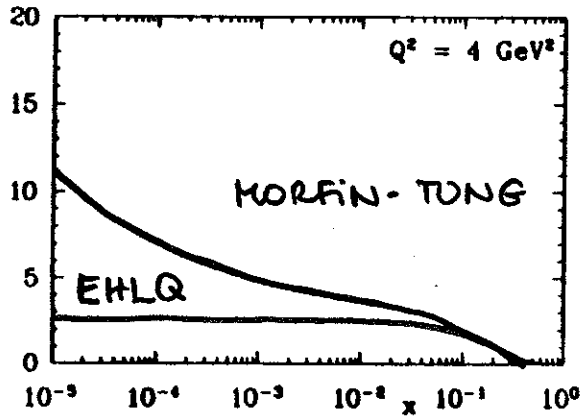
KWIECINSKI, COLLINS;
MARCHESINI et al.



$G(y) \approx 3(1-x)^5$
 $Q_0^2 = \Lambda^2, \Lambda = 200 \text{ MeV}$

Fig. 2

$Q_0^2 = 4 \text{ GeV}^2 \rightarrow$ NICHTLINEARITÄT.



SEMIKLASSISCHE LÖSUNGEN

$$\text{GLR} \rightarrow F = e^s$$

$$S_{1y} S_{1\xi} = \frac{1}{2} - C \exp[s - e^\xi - \xi]$$

$$S_{1y} S_{1\xi} \gg S_{1y\xi}$$

SUCHE NACH TRAJEKTORIEN IN (ξ, y) .

$$y \gg 1!$$

(BARTELS, J.B., SCHULER; COLINS, KWIECINSKI)

$$\dot{y} = S_{1\xi}$$

$$\dot{\xi} = S_{1y}$$

$$\dot{S} = 2S_{1y} S_{1\xi}$$

$$\dot{S}_{1y} = -C \exp(s - e^\xi - \xi) S_{1y}$$

$$\dot{S}_{1\xi} = -C \exp(s - e^\xi - \xi) (S_{1\xi} - 1 - e^\xi)$$

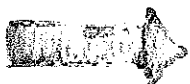
AP : $C = 0 \wedge \ddot{y} = \ddot{\xi} = 0 \rightarrow$ GERADEN

$C \neq 0$: IN ABHÄNGIGKEIT VOM

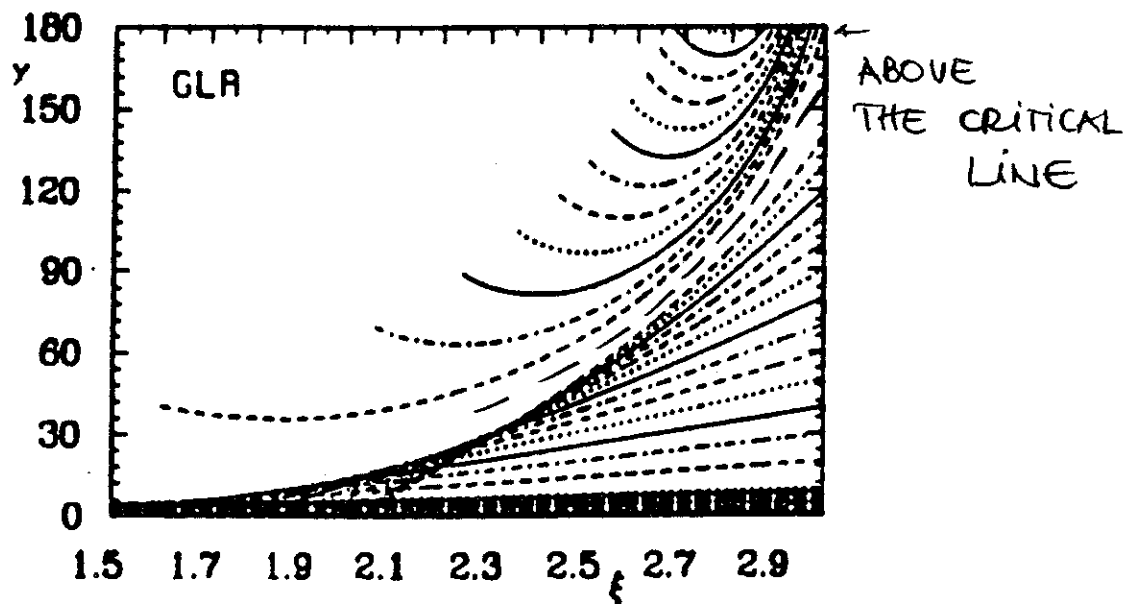
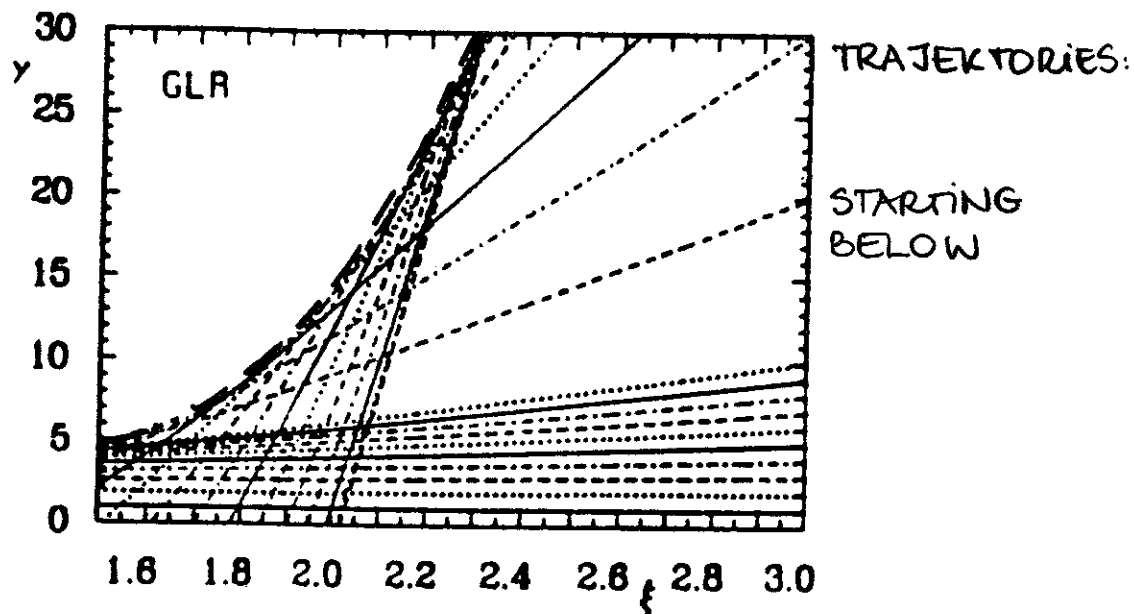
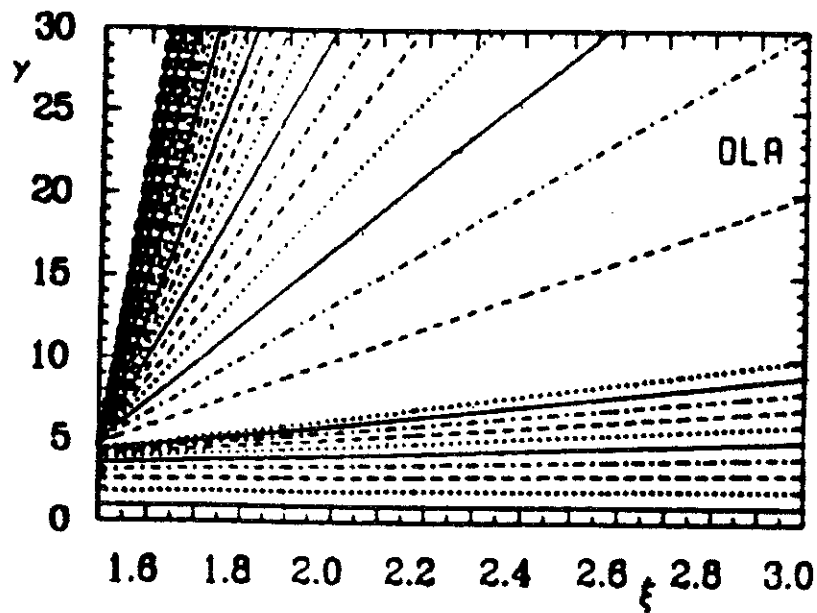
STARTWERT \rightarrow EINHÜLLUNG

EINER KRITISCHEN
KURVE VON
OBEN ODER UNTEN

FIG.



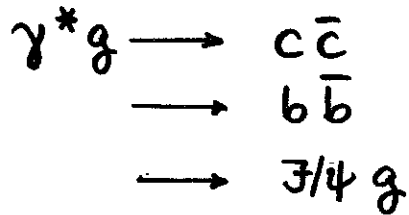
OBERHALB DIESER KURVE WIRD DIE
NICHTLINEARITÄT STARK; NICHTPERTURBATIVER
BEREICH BEGINNT.



4. MÖGLICHE EXPERIMENTELLE TESTS

HERA:

1) EXTRAKTION DER GLUONVERTEILUNG:

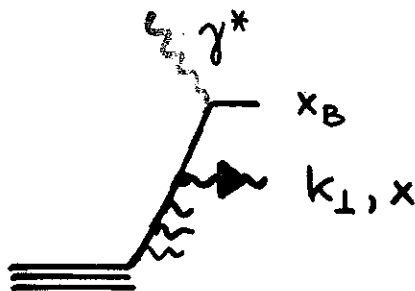


$$F_L(x, Q^2)$$

2) MESSUNG VON $F_2(x, Q^2)$

FIG.

3) UNTERSUCHUNG VON JET-SIGNATUREN (MÜLLER)



$$k_{\perp}^2 \ll Q^2$$

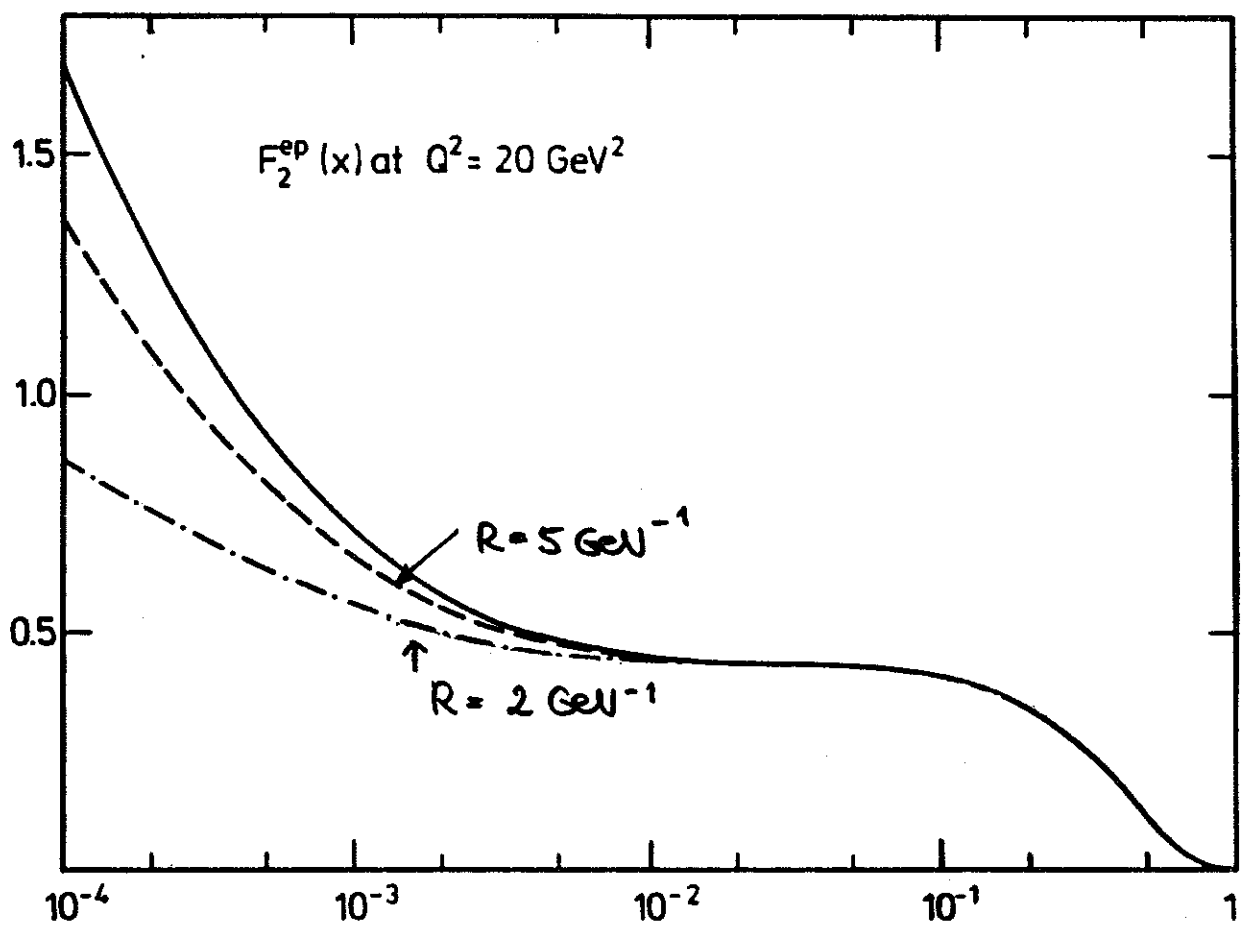
$$R_{\text{JET}} \sim 1/k_{\perp}$$

$$R_{\text{parton}} \sim 1/Q$$

$$R_{\text{JET}} \gtrsim R_{\text{parton}}$$

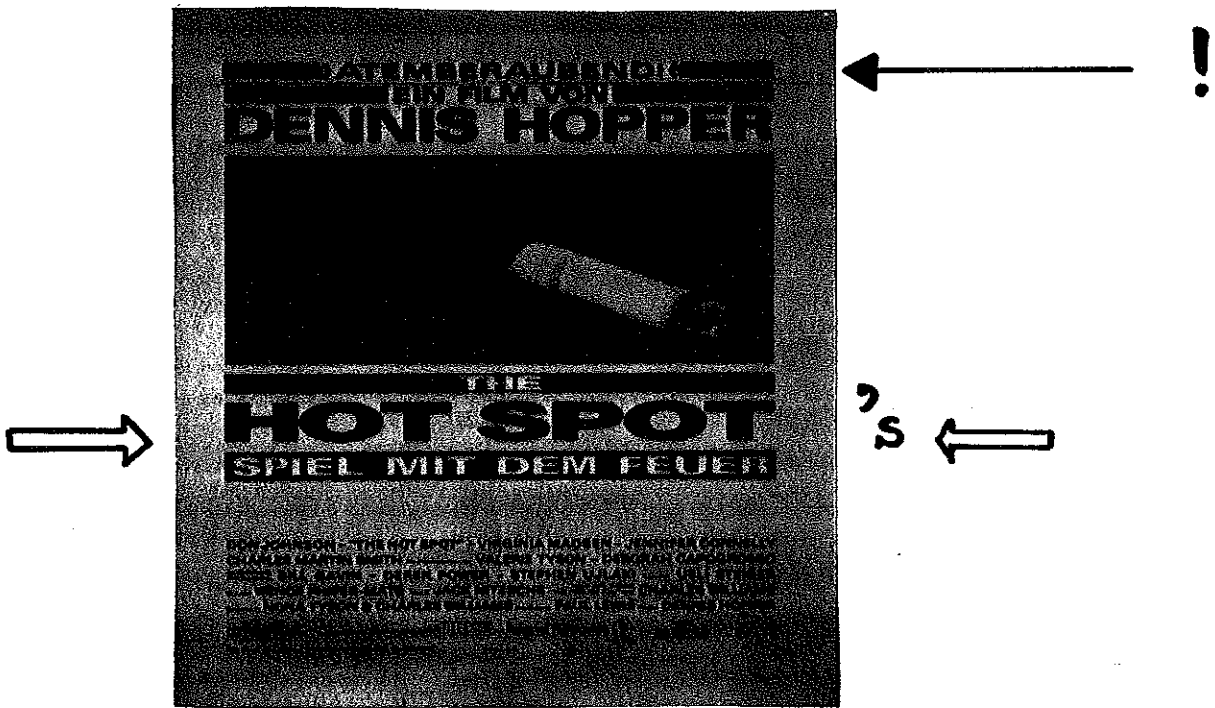
$$\begin{aligned}
 \frac{k_{\perp}^2 \times dW_2 \cdot \nu}{dx dk_{\perp}^2} &= N \alpha_s(Q^2) \left[x G(x, k_{\perp}^2) + \frac{4}{9} \times (q(x, k_{\perp}^2) + \bar{q}(x, k_{\perp}^2)) \right] \\
 &\times F\left(\frac{x_B}{x}, Q^2, k_{\perp}^2\right)
 \end{aligned}$$

KWIECINSKI, MARTIN, ROBERTS, STIRLING



(PRELIM.,
IMPROVED RELATION
TO xG REQUIRED.)

SUCHE NACH :



= DICHTEKONZENTRATIONEN VON PARTONEN IM INNEREN DES NUKLEONS

↘ DIE SÄTTIGUNG VON xG TRITT BEI GRÖßSEREM x EIN (STÄRKERER EFFEKT BEI KL. x).

- DETAILIERTE MONTE CARLO RECHNUNGEN NOTWENDIG
- WEITERE AUSARBEITUNG DER THEORIE

⇒ HERA WORKSHOP '91

5. ZUSAMMENFASSUNG

- i) FÜR $x \rightarrow 0$ FÜHREN DIE TWIST-2 TERME ZUR VERLETZUNG DER UNITARITÄT. NLO-BEITRÄGE SIND QUANTITATIV WICHTIG (WU-KI TUNG, E. REYA et al.)
- ii) FAN-DIAGRAMME STELLEN DIE UNITARITÄT WIEDER HER. EINE THEORETISCH VOLLSTÄNDIGE ABLEITUNG ALLER RELEVANTEN TERME STEHT NOCH AUS.
- iii) FÜR GLR-ARTIGE GLEICHUNGEN SIND LÖSUNGSVERFAHREN ENTWICKELT WORDEN, DIE DIE VOLST. NICHTLINEARITÄT UND BELIEBIGE ANFANGSBED. ZULASSEN.
- iv) DIE SEMIKLASSISCHE ANALYSE DIESER GLEICHUNGEN GIBT EINEN HINWEIS AUF IHREN GÜLTIGKEITSBEREICH IN x & Q^2 .
- v) BEI HERA BESTeht DIE MÖGLICHKEIT ANZEICHEN FÜR SCREENING EFFEKTE ZU SEHEN (F_2 , G , (F_L) , SUCHE NACH HOT SPOTS).
- vi) DETAILIERTERE RECHNUNGEN SIND NOTWENDIG:
 F_2, F_L ; $G_2(x_1, x_2, Q^2), \dots$
MONTE CARLO STUDIEN : HOT SPOTS